

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
EXAMEN DE MATEMÁTICAS II
 Curso 2008-2009

INSTRUCCIONES:

Responde a una opción del Grupo 1 y a una opción del Grupo 2

Grupo 1

Opción A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} (a-1)x + ay + 2z = -1 \\ (a-1)x + 2ay + 3z = 0 \\ (1-a)x + az = a^2 + 1 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

A2) Se considera la recta s que pasa por el punto $P \equiv (0, 2, 1)$ y es perpendicular a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 4y + 2z + 9 = 0 \end{cases}$$

Encuentra el punto de corte de r y s .

(2 puntos)

Opción B

B1) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

calcula $\text{rang}(AB)$ y $\text{rang}(BA)$.

(2 puntos)

B2) Dado el punto $R \equiv (1, -1, 2)$, encuentra los puntos P y Q de la recta

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ x + 2y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$$

tales que PQR sea un triángulo equilátero.

(3 puntos)

Grupo 2

Opción C

C1) Halla las integrales indefinidas

$$\int \frac{2dx}{x^2 - 4} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}} \quad (1 \text{ punto})$$

C2) Dada la función $f(x) = x^{\ln x}$, demuestra que existe $\alpha \in (1, e)$ tal que $f'(\alpha) = 1$. Menciona los resultados teóricos que utilices.

(3 puntos)

Opción D

D1) Demuestra que la derivada de la función

$$f(x) = \sqrt{x^{\cos(\frac{\pi}{2}x)}}$$

se anula en algún punto del intervalo $(1, 3)$. Menciona los resultados teóricos que utilices.

(2 puntos)

D2) Encuentra los tres puntos en que se cortan las funciones $f(x) = x$ y $g(x) = \sin(\frac{\pi}{2}x)$. Calcula el área de la región del plano encerrada entre sus gráficas.

(3 puntos)