PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

EXAMEN DE MATEMÁTICAS II

Curso 2008-2009

INSTRUCCIONES:

Responde a una opción del Grupo 1 y a una opción del Grupo 2

Grupo 1

Opción A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} x + y - az = 0 \\ -x + ay + az = 2a + 1 \\ x + y + (a^3 - 2a)z = a - 1 \end{cases}$$

(3 puntos)

A2) Encuentra el punto de la recta

$$r \equiv \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{1}$$

que forma triángulo isósceles con los puntos $P \equiv (1, 3, -2)$ y $Q \equiv (3, 1, 0)$.

(2 puntos)

Opción B

B1) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, calcula A^3 y A^{38}.

(2 puntos)

B2) Halla la ecuación continua de la recta r que es perpendicular a las rectas

$$r_1 \equiv \begin{cases} x + 3y - z + 8 = 0 \\ x + 4y - 2z + 12 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{-2}$$

(3 puntos)

Grupo 2

Opción C

C1) Halla las integrales indefinidas

$$\int \frac{dx}{x^2 - 2x - 3} \qquad \text{(1 punto)}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 2} \qquad \text{(1 punto)}$$

C2) Demuestra que la función $f(x) = \ln(1+x\,\mathrm{sen}x)$ tiene un máximo relativo en el intervalo $(\frac{\pi}{2}, \pi)$. Menciona los resultados teóricos que utilices.

(3 puntos)

Opción D

D1) Demuestra que la derivada de la función

$$f(x) = \sqrt{\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}(3^{\mathrm{sen}x})\right)}$$

se anula en algún punto del intervalo $(0, \frac{\pi}{2})$. Menciona los resultados teóricos que utilices.

(2 puntos)

D2) Sabemos que las funciones $f(x) = \pi x - x^2$ y $g(x) = \mathrm{sen}x$ se cortan sólo en dos puntos. Encuentra esos dos puntos y calcula el área de la región del plano encerrada entre las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$.

(3 puntos)