

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
EXAMEN DE MATEMÁTICAS II  
 Curso 2007-2008

INSTRUCCIONES:

Responde a una opción del Grupo 1 y a una opción del Grupo 2

**Grupo 1**

**Opción A**

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real  $a$  y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + (a^2 - a - 1)y = -1 \\ x + (a^2 - a - 1)y + (a - 2)z = 1 - a^2 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

A2) Halla la ecuación del plano  $\pi$  que pasa por el punto  $P \equiv (3, -1, 4)$  y es paralelo a las rectas

$$r_1 \equiv \begin{cases} 5x - y + 3z - 4 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-3}$$

(2 puntos)

**Opción B**

B1) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

halla su inversa y úsala para encontrar la matriz  $X$  que cumple  $AXA = I_2$ .

(2 puntos)

B2) Dados los puntos  $P \equiv (4, 2, 1)$  y  $Q \equiv (3, 3, 1)$ , encuentra los dos puntos,  $R_1$  y  $R_2$ , del plano  $\pi \equiv x - y - 2z + 3 = 0$  tales que  $PQR_1$  y  $PQR_2$  son triángulos equiláteros.

(3 puntos)

### Opción C

C1) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sqrt{1 - \cos x}}{\ln(1 - \cos x)} \quad (1 \text{ punto})$$

C2) Halla el máximo relativo, el mínimo relativo y la asíntota oblicua de la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$$

(3 puntos)

### Opción D

D1) Dada la función  $f(x) = x \cos(\frac{\pi}{2}x)$ , demuestra que existe  $\alpha \in (1, 2)$  tal que  $f'(\alpha) = -2$ . Menciona los resultados teóricos que utilices.

(2 puntos)

D2) Halla los puntos en que se cortan las funciones  $f(x) = x^3 - 3x$  y  $g(x) = 2x^2$  y calcula el área de la región del plano encerrada entre sus gráficas.

(3 puntos)