



Responde a una opción del Grupo 1 y a una opción del Grupo 2

Grupo 1

Opción A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} x + 2y + az = 0 \\ ax + (3a - 1)y + (1 + a^2)z = 2 \\ x + 2y + (a^2 - a)z = a - 2 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

A2) Los puntos $P_1 \equiv (1, 0, 1)$, $P_2 \equiv (2, -2, 3)$ y $P_3 \equiv (-1, 1, 3)$ son tres vértices de un cuadrado. Encuentra el cuarto vértice.

(2 puntos)

Opción B

B1) Dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Encuentra dos matrices, B y C , de tamaño 3×2 y de rango 2, tales que el rango de AB sea 2 y el rango de AC sea 1.

(2 puntos)

B2) El plano π es el que pasa por los puntos $P_1 \equiv (-3, 0, 0)$, $P_2 \equiv (1, -1, -1)$ y $P_3 \equiv (-1, 0, -1)$. Encuentra los dos puntos de la recta

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y - 1}{0} = \frac{z + 2}{-1}$$

que están a distancia 1 del plano π .

(3 puntos)

Grupo 2

Opción C

C1) Halla los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{-x^2}}{\ln(2x+1) - \sin 2x} \quad (1 \text{ punto})$$

C2) Demuestra que la función $f(x) = (x+1)\ln(2x^2 - x + 1)$ tiene un mínimo relativo en el intervalo $(0, 1)$. Menciona los resultados teóricos que utilices.

(3 puntos)

Opción D

D1) Halla las asíntotas de la función

$$y = \frac{2x^2 + x}{x - 1}$$

(2 puntos)

D2) Dibuja las gráficas de las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = \sin \frac{\pi}{2}x$. Comprueba que sólo se cortan cuando $x = 0$ o $x = 1$. Calcula el área de la región del plano encerrada por las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.

(3 puntos)