U.P.N.A. SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS II SEPTIEMBRE 2003

Contesta una opción en cada grupo de preguntas.

Grupo 1

Opción a)

a1) Prueba que la función $f(x)=x^2-2x+\cos x$ tiene al menos un mínimo relativo en el intervalo $(0,\pi)$. (2 puntos)

a2) Dibuja la región del plano limitada por las parábolas $y=x^2+2x+1$ e $y=-2\left(x^2+x\right)$. Calcula también el área de dicha región. (3 puntos)

Opción b)

b1) Calcula y expresa lo mas simplificadamente posible la derivada de las siguientes funciones:

$\ln(tag\, x)$ (1'5 puntos)

$(\cos x)^{\cos x}$ (1'5 puntos)

b2) Calcula la siguiente integral definida:

$$\int_{-1}^{2} x|1-x|\, dx$$ (2 puntos)

Grupo 2

opción c)

c1) Sea C un cuadrado, cuyos lados tienen longitud 3, tal que:

–Uno de sus vértices es el punto (1,1,1) y otro de ellos está en el plano $x-y-z=0$

–Uno de sus lados está contenido en la recta intersección de los planos $x+z=2$ y $x+4y-z=4$.

Encuentra otros tres vértices que permitan construir el cuadrado C cumpliendo las condiciones anteriores.

c2) Encuentra el valor o valores del parámetro α que hacen que el sistema

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & \alpha \\ 1 & -\alpha & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sea incompatible. (2 puntos)

opción d)

d1) Supongamos que la matriz cuadrada $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 0 & 1 & b \\ 3 & 2 & c \end{pmatrix}$ es inversible. Prueba que la solución del sistema $A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ verifica que $x_3 = 0$ (2 puntos)

d2) Estudia, en función del parámetro ***m***, la posición relativa de los planos:

$$\pi_1 \equiv x - y + z = 0\,,$$

$$\pi_2 \equiv 3x - 2y + z = 2 \quad \text{y}$$

$$\pi_3 \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda m + \mu \\ z = -1 + \lambda + 2\mu \end{cases}$$

(3 puntos)