

Contesta una opción en cada grupo de preguntas.

**Grupo 1**

Opción a)

a1) Construye un triángulo rectángulo con dos catetos de igual longitud tal que su hipotenusa es el segmento de vértices  $A = (2,2,2)$  y  $B = (3,-2,1)$  y el tercer vértice está en el plano  $\pi \equiv x + 2y - z = 1$ . Calcula también el área de dicho triángulo. (3 puntos)

a2) Prueba si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:

– Si en un sistema compatible indeterminado  $AX = b$  intercambiamos los valores de dos componentes de  $b$  con distinto valor obtenemos un sistema incompatible (1 punto)

– Si el sistema es homogéneo (es decir  $b = 0$ ) siempre es compatible indeterminado. (1 punto)

Opción b)

b1) Sea  $A$  la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Comprueba que  $A^3 = I$  y que  $A^{-1} = A^t$  (2 puntos)

Utiliza estas relaciones para resolver:

$$(A^4 + 3A^3 + A - 3I)X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ punto})$$

b2) Encuentra el valor o valores de  $m$  que hacen que las rectas

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ mx - z + 1 - m = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x - 2y + 3z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{formen un ángulo de } 45^\circ. \quad (2 \text{ puntos})$$

## Grupo 2

### opción c)

- c1) Sea  $f(x) = \frac{x+a}{x^2+b}$ . Encuentra los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  que hacen que  $f(x)$  tenga puntos críticos en  $x = -2$  y  $x = 2$ . Estudia en ese caso si esos puntos son máximos o mínimos.

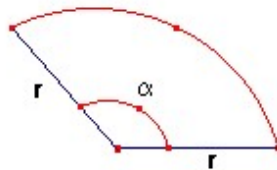
(2 puntos)

- c2) Para esos mismos valores de los parámetros  $a$  y  $b$  estudia los intervalos de crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad de  $f(x)$ , así como la presencia de asíntotas y dibuja su gráfica.

(3 puntos)

### opción d)

- d1) Un agricultor va a vallar una finca de 10.000 metros cuadrados en forma de sector circular tal y como indica la figura:



Encuentra las dimensiones ( $r$  y  $\alpha$ ) del sector que harían que el agricultor emplease menos metros de valla

(2'5 puntos)

- d2) Utiliza el cambio de variable  $x = \cos t$  para hallar el valor de la integral:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

(2'5 puntos)