U.P.N.A. SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS II SEPTIEMBRE 2000

Contesta una opción en cada grupo de preguntas.

Grupo 1

Opción a)

a1) Encuentra el valor del parámetro a que hacen que el plano π_1 de ecuación $2x + ay + z = 0$ sea paralelo a la recta de intersección de los planos:

$$\pi_2 \equiv -5x + 2y + z = 8 \quad \text{y} \quad \pi_3 \equiv \begin{cases} x = 1 - \lambda + 2\mu \\ y = 2 - \mu \\ z = 1 + \mu \end{cases}$$ (3 puntos)

a2) En la resolución de un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas se obtienen las soluciones $(x_1, y_1, z_1) = (0, 1, 2)$ y $(x_2, y_2, z_2) = (3, 5, 7)$. Prueba que (1, 3, 3) también es solución de ese sistema. (1 punto)

Para el mismo sistema se sabe que el punto (1, 5, 3) no es solución. Prueba que el punto (1, 2, 3) tampoco es solución. (1 punto)

Opción b)

b1) Dada la matriz cuadrada $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Encuentra la regla de cálculo de las sucesivas potencias de A, es decir de A^n, para cualquier número natural **n**. (1'5 puntos)

Resuelve la ecuación matricial $\left(A^4 - A^3 - A^2 + 2A\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (1'5 puntos)

b2) Determina la cónica formada por los puntos $P = (x, y)$ tales que las longitudes de los segmentos $\overline{PQ}$ y $\overline{PR}$, siendo $Q = (-3, 0)$ y $R = (3, 0)$, suman 10. ¿De qué tipo de cónica se trata? Calcula le ecuación de la recta tangente a dicha curva en el punto (0, 4). (2 puntos)

Grupo 2

Opción c)

c1) Estudia la función $f(x) = \dfrac{|x|}{(x+1)^2}$:

- su dominio de definición, y sus asíntotas horizontales y verticales, (1´5 puntos)
- sus intervalos de crecimiento o decrecimiento y máximos y mínimos, (1'5 puntos)
- intervalos de concavidad y convexidad. (1 punto)

Utilizando estos datos dibuja la gráfica de f. (1 punto)

<u>Opción d)</u>

d1) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)\cos x}{x^2-2x+1} \qquad \text{(1 punto)}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \left(1+2x^2\right)^{\frac{1}{x(x+1)}} \qquad \text{(1 punto)}$$

d2) Calcula el área de la porción del plano limitada por las curvas $y = \cos(\pi x)$ e $y = x^2 - \frac{1}{4}$

(Sugerencia: dibuja primero las gráficas de estas dos funciones y pon atención en sus cortes con el eje de abscisas). (3 puntos)