U.P.N.A. SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS II JUNIO 2003

Contesta una opción en cada grupo de preguntas.

Grupo 1

Opción a)

a1) Sea *f(x)* la función dada por:

$$f(x)=\begin{cases} sen\, x & si \quad x\leq 0 \\ \left(ax^2+bx+c\right)e^{-x} & si \quad x>0 \end{cases}$$

Encuentra los valores de las constantes a, b y c que hacen que f sea continua y derivable dos veces en $x = 0$ (2 puntos)

Dibuja esquemáticamente la gráfica de *f(x)*, poniendo especial atención en el punto $x = 0$

(1 punto)

a2) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\ln x \qquad \text{(1 punto)}$$

$$\lim_{x\to \pi^+}\frac{x^2-3x}{sen\, x} \qquad \text{(1 punto)}$$

Opción b)

b1)Dibuja la región del plano limitada por las gráficas de $y=\left|-x^2+2x+3\right|$ y de $y = 5$.

Calcula también el área de dicha región. (5 puntos)

Grupo 2

opción c)

c1) Construye un triángulo equilátero de forma que dos de sus vértices sean $P = (1,2,3)$ y $Q = (-1,4,3)$ y que el tercer vértice R esté en el plano $\pi \equiv x+y+z=2$. ¿Qué área tiene? (3 puntos) c2) Un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas $Ax = b$ tiene al menos tres soluciones que son:

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \ y \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

– Explica por qué los coeficientes de la matriz A y del vector b han de ser de la forma:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha & \alpha \\ 0 & -\beta & \beta \\ 0 & -\gamma & \gamma \end{pmatrix} \ y \ b = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

Donde α, β y γ son tres constantes cualesquiera.

– Supongamos ahora que $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ también es solución del sistema. Cuánto pueden valer las constantes α, β y γ? (2 puntos)

<u>opción d)</u>

d1) Resuelve, si es posible, la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$ (3 puntos)

d2) Deduce una ecuación para el plano π que es perpendicular a $\pi_1 \equiv x - 6y + z = 0$ y que contiene a la recta intersección de $\pi_2 \equiv 4x - 2y + z = 2$ y $\pi_3 \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 + \lambda + \mu \\ z = 1 + \lambda + 2\mu \end{cases}$ (2 puntos)