

U.P.N.A. SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS II JUNIO 2002

Contesta una opción en cada grupo de preguntas.

Grupo 1

Opción a)

a1) Encuentra el valor o valores del parámetro α que hacen que el sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & \alpha & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

no tenga solución única. En ese o esos casos, si es posible, calcula sus soluciones.

(3 puntos)

a2) Encuentra los puntos P pertenecientes a la recta:

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y - z + 3 = 0 \\ -2x + 3y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

tales que los segmentos \overline{PQ} y \overline{PR} forman un ángulo recto, siendo $R = (1,0,0)$ y $Q = (0,-1,5)$.

(2 puntos)

Opción b)

b1) Un ama de casa decide que en sus compras hay fruta por valor de 1000 ptas. El primer día compra con ese dinero dos kilos de plátanos, uno de kiwis y medio de manzanas. A los dos días con el mismo dinero compra un kilo de plátanos y tres de manzanas al mismo precio y un kilo de mangos. Los dos días siguientes compra, también con 1000 ptas. cada día y con los mismos precios, tres kilos de plátanos y 800 gramos de mangos y (al día siguiente) medio de kiwis, kilo y cuarto de mangos y un kilo de manzanas. Averigua los precios de cada fruta. (3 puntos)

b2) Encuentra el punto simétrico de $P = (2,3,5)$ respecto del plano $\pi \equiv x + y - 3z = 1$

(2 puntos)

Grupo 2

opción c)

c1) Calcula el área máxima que puede tener un triángulo rectángulo tal que la suma de las longitudes de sus dos catetos vale 4 centímetros. (2 puntos)

c2) Dibuja la superficie limitada por la parábola $y = x^2 - 4x + 5$ y la recta $y = x + 1$ (1 punto).

Calcula su área. (2 puntos)

opción d)

d1) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{\frac{1}{x} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - 1} \right) \quad (1 \text{ punto})$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen} x)^{\operatorname{tag} x} \quad (1 \text{ punto})$$

d2) Sea $f(x)$ la función dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{x^2 + ax + b}{cx^2 + 1} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Encuentra los valores de las constantes a , b y c que hacen que f sea continua y derivable dos veces en $x = 0$. (2 puntos)

Dibuja la gráfica de f . (1 punto)