

U.P.N.A. SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS II JUNIO 2001

Contesta una opción en cada grupo de preguntas.

**Grupo 1**

Opción a)

a1) Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=-2-t \end{cases}$$

y

$$s \equiv \begin{cases} x+z=4 \\ 2y+z=5 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

a2) El sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas  $Ax = b$  tiene al menos tres soluciones. ¿Qué posibles rangos tienen la matriz de coeficientes del sistema (A) y su matriz ampliada? (1 punto)

Supongamos que las tres soluciones conocidas de ese sistema son (1, 0, 0), (1, 0, 1) y (1, 1, 2). ¿Es posible que el rango de A sea 2? Justifica tu respuesta. (1 punto)

Opción b)

b1) Sea A la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Encuentra la regla de cálculo de las sucesivas potencias de A, es decir de  $A^n$ , para cualquier número natural n. (1'5 puntos)

Resuelve la ecuación matricial

$$X(A^4 + A^2 - A) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1'5 \text{ puntos})$$

b2) Prueba que las rectas

$$r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$$

y

$$s \equiv \begin{cases} x-y-z=1 \\ 2x-2y+z=1 \end{cases}$$

se cortan en un punto. (1 punto). Calcula el ángulo que forman r y s. (1 punto)

## Grupo 2

### Opción c)

c1) Estudiar en la función  $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x + 3}$ :

- Su dominio de definición, asíntotas horizontales y verticales; (1'5 puntos)
- Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos; (1'5 puntos)
- Sus intervalos de concavidad y convexidad. (1 punto)
- Utilizando estos datos dibuja la gráfica de  $f$ . (1 punto)

### Opción d)

d1) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} \quad (1'5 \text{ puntos})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}} \quad (1'5 \text{ puntos})$$

d2) Utiliza el cambio de variable  $\ln x = t$  para calcular la integral:

$$\int_1^e \frac{1 + \ln x^2 + (\ln x)^2}{x(1 + \ln x)} dx \quad (2 \text{ puntos})$$