

U.P.N.A. SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS II JUNIO 2000

Contesta una opción en cada grupo de preguntas.

**Grupo 1**

Opción a)

a1) Encuentra los valores del parámetro  $\alpha$  que hacen que el sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 2 & \alpha \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

tenga solución. Resuélvelo en el caso o casos en que ese sistema sea compatible e indeterminado. (3 puntos)

a2) Dadas las rectas  $r \equiv \begin{cases} y = 2x + 1 \\ z = 2x + 1 \end{cases}$  y  $s \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{1}$ , encuentra una recta bisectriz de  $r$  y  $s$  (una recta bisectriz de otras dos pasa por el punto de intersección de éstas, está en el mismo plano que ellas y forma el mismo ángulo con ambas) (2 puntos)

Opción b)

b1) Cuatro colegiales llamados Luis, Javier, Enrique y Fermín se juntan en el recreo para intercambiar cromos. Fermín tiene cinco cromos más que Luis y Javier juntos, Enrique tiene doble cromos que Javier y Javier tiene 90 cromos menos que Fermín y Enrique juntos. Calcula cuantos cromos tienen entre los cuatro. (3 puntos)

b2) Deduce una ecuación paramétrica para el plano  $\pi_1$  que pasa por el punto  $(4, 1, 2)$  y es perpendicular a los planos  $\pi_2 = 2x + 3y + z = 1$  y  $\pi_3 = 5x + 3y + 2z = 3$ . (2 puntos)

**Grupo 2**

Opción c)

c1) Calcula y expresa lo más simplificada posible la derivada de las siguientes funciones:

$$\sqrt{2 + \tan^2 x} \quad (1 \text{ punto})$$

$$(e^{2x})^{2x} \quad (2 \text{ puntos})$$

c2) Utilizando el cambio de variable  $e^x = t$  calcula

$$\int_1^e \frac{e^{2x} - 2^{3x}}{e^x + 1} dx \quad (2 \text{ puntos})$$

Opción d)

d1) Sea  $f(x)$  la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & \text{si } x \geq 0 \\ ax^2 + \text{sen}(bx) + c & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- .- Encuentra los valores de las constantes  $a$ ,  $b$  y  $c$  que hacen que  $f$  sea continua y derivable dos veces en  $x=0$ . (1 punto)
  - .- Calcula los máximos y mínimos de  $f$  y sus puntos de inflexión. (1 punto)
  - .- Dibuja la gráfica de  $f$ . (1 punto)
- d2) Calcula el área de la porción del plano delimitada por las gráficas de  $y=|x-1|$  y de  $y=1+2x+x^2$ . (2 puntos)